

PROPAGATION DES ONDES SONORES  
1<sup>ère</sup> PARTIE

***I. Introduction***

***II. Caractéristiques de la propagation des ondes sonores dans l'air***

**A. Nature du phénomène physique qui se propage.**

**B. Le milieu Air**

1. Célérité des ondes sonores ou vitesse de propagation du son.
2. Causes d'amortissement et influences sur la propagation des sons.

**C. Pression acoustique - Vitesse acoustique**

1. Définitions
2. Impédance Acoustique ( $Z_a$ )
3. Expressions de la pression acoustique et de la vitesse acoustique
4. Forme complexe des fonctions d'oscillations

***III. Exemples de propagation unidimensionnelle***

**A. Définitions**

**B. Equation de propagation**

**C. Application : Propagation dans une corde**

1. Equation de propagation des ondes dans une corde
2. Solution de l'équation des ondes
3. Exploitation des conditions aux limites
4. Etude de quelques modes de vibrations.
5. Corde réelle

**D. Application : Propagation dans un tube acoustique**

1. Relation générale entre la pression acoustique et la vitesse acoustique.
2. Tuyau ouvert aux deux extrémités.
3. Tuyau fermé à une extrémité.

## I. INTRODUCTION

On rencontre deux sortes d'ondes :

- Les **ondes de vibrations mécaniques**, qui se propagent dans les milieux élastiques (cordes, solides, liquides, gaz), mais ne se propagent pas dans le vide. Les ondes sonores font parties de cette famille dans la limite où leurs fréquences restent dans le domaine audible (16 Hz, 20000 Hz).

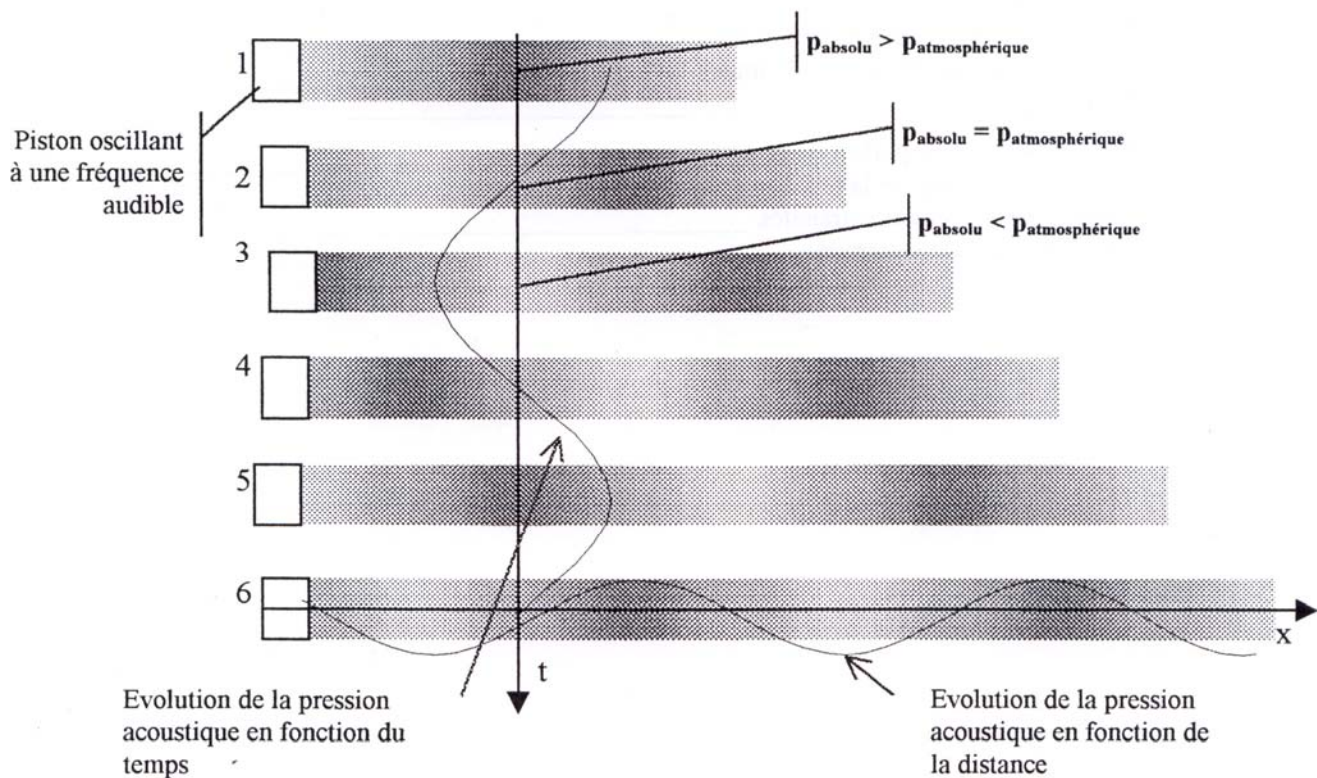
- Les **ondes électromagnétiques** (ondes hertziennes, ondes lumineuses, rayons X ... ) qui se propagent parfaitement dans le vide et se propagent dans les milieux en y étant plus ou moins absorbées. Les ondes électromagnétiques ne seront pas développées, mais ils faut savoir qu'elles peuvent être utiliser pour transporter des ondes sonores (Radio diffusion, Télévision ... )

## II. CARACTÉRISTIQUES DE LA PROPAGATION DES ONDES SONORES DANS L'AIR

### **A. Nature du phénomène physique qui se propage**

Le phénomène qui se propage est une petite oscillation de matière autour de sa position initiale. Au sein d'un solide élastique, l'oscillation peut-être longitudinale si elle s'effectue dans la direction de propagation de l'onde ou transversale si elle s'effectue perpendiculairement à la direction de propagation. Au sein d'un fluide comme l'air, la vibration est toujours longitudinale.

### **Evolution de la pression acoustique en fonction de la distance $x$ et du temps $t$**



## B. Le milieu Air

### 1. Célérité des ondes sonores ou vitesse de propagation du son

Les conditions de propagation d'une onde sonore sont telles que le milieu doit être élastique ce qui se traduit par des caractéristiques de masse, de raideur et d'amortissement.

L'air est le milieu le plus immédiat pour faire le lien entre les sources sonores et les auditeurs. Ce milieu doit donc être connu et maîtrisé par le technicien du son. Il va sans dire qu'il est délicat de tout maîtriser: la propagation est en trois dimensions, le milieu n'est jamais infini.

On caractérise l'air par:

- sa masse volumique  $\rho$  (masse par unité de volume :  $\text{kg.m}^{-3}$ )
- sa température  $T$  (en Kelvin: K ;  $0^\circ\text{C} = 273^\circ\text{K}$ )
- sa pression atmosphérique  $p_0$  (condition normale  $10^5$  Pa)

La relation liant la masse volumique et la température est :

$$\rho = 353/T$$

On définit pour ce milieu la célérité des ondes :

$$C = 20.\sqrt{T}$$

**Application** : dans les conditions normales de températures à  $20^\circ\text{C}$ , la température en Kelvin est  $T=293^\circ\text{K}$ .

Dans ce cas  $\rho = 1,2 \text{ kg.M}^{-3}$   
et  $C = 342 \text{ m.s}^{-1}$

### 2. Causes d'amortissement et influences sur la propagation des sons.

Une onde sonore produite par une source acoustique va se diffuser dans tout l'espace environnant, plus l'auditeur sera éloigné, moins le signal sonore sera fort. On appelle cette atténuation, l'atténuation géométrique (une expression est donnée dans le chapitre IV). Mais il existe aussi des pertes dues à la nature matérielle de l'air qui prennent de l'importance pour des grandes distances de propagation.

Cette cause d'amortissement de l'onde sonore est due à la viscosité et la conductivité thermique de l'air. Celle-ci crée une résistance au mouvement et provoque une atténuation sur de grandes distances. Son effet croît avec la fréquence. On s'en rend compte lorsque l'on se promène loin d'une fête foraine, les fréquences basses se propagent beaucoup plus loin que les fréquences, aiguës.

De plus cette cause d'amortissement varie suivant la température et aussi suivant le degré d'humidité de l'air. Ces effets sont surtout sensibles pour les hautes fréquences. On pourra notamment retenir que l'absorption des hautes fréquences décroît quand le taux d'humidité croît.

## C. Pression acoustique - Vitesse acoustique

### 1. Définitions

On définit deux grandeurs représentatives du signal sonore se propageant dans l'air :

- la pression acoustique  $p = p(t, x, y, z)$
- la vitesse acoustique  $v = v(t, x, y, z)$

Au repos la pression absolue de l'air environnant est la pression atmosphérique. Lorsqu'un son se propage, cette pression absolue est égale à la somme de la pression atmosphérique avec la pression acoustique.

$$P_{\text{absolue}} = P_{\text{atmos}} + P_{\text{acoust}}$$

La pression atmosphérique varie autour de la valeur moyenne de 105 Pa alors que la pression acoustique est une fonction d'oscillation dépendante du temps et de l'endroit où l'on se place. L'amplitude de la pression acoustique varie entre  $2.10^{-5}$  Pa (seuil d'audition : 0 dB) et une vingtaine de Pascal (seuil de la douleur : 120 dB) ce qui est négligeable devant la pression atmosphérique.

**La pression acoustique est une caractéristique relative**

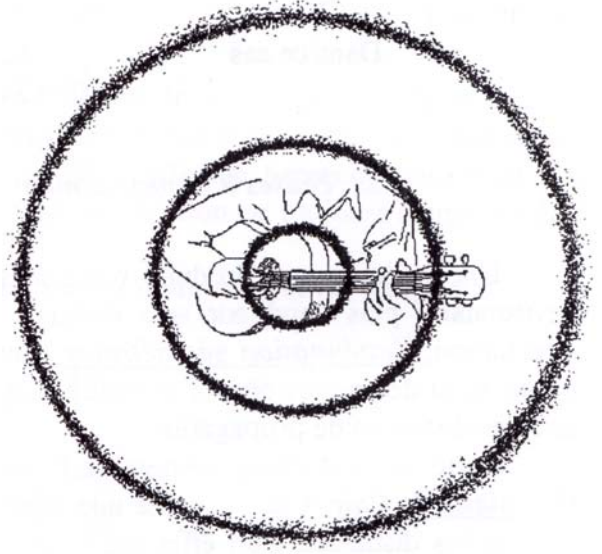
L'ensemble des pressions acoustiques en tout point de l'espace est appelé le Champ acoustique rayonné ou rayonnement.

L'onde sonore se propageant à une certaine vitesse ( $C = 340 \text{ m.s}^{-1}$ ), il existe un certain nombre de points atteints en même temps par l'onde sonore qui se propage dans tout l'espace. Cette surface enveloppe s'appelle le **front d'onde**. →

Au repos la vitesse des particules d'air est nulle. Lorsqu'un son se propage, chaque particule d'air oscille autour d'une position d'équilibre à une certaine vitesse: c'est la vitesse acoustique.

La vitesse acoustique dépend du temps et de l'endroit où l'on se trouve.

**La vitesse acoustique est une caractéristique absolue.**



Pour bien connaître le rayonnement de la source (les caractéristiques de pression et de vitesse acoustique en tout point), il est nécessaire de bien connaître le comportement vibratoire de la source sonore (l'oscillateur harmonique étant la source la plus simple).

## 2. Impédance Acoustique ( $Z_a$ )

Par analogie avec l'électricité ou la mécanique, on définit l'impédance acoustique comme le rapport entre la pression et la vitesse acoustique. Cette impédance est déterminée à chaque modification du champ de propagation (arrivée sur un mur, source, changement de milieu ...).

$$Z_a = \frac{P}{V}$$

On définit pour l'air l'impédance caractéristique (indépendante de la fréquence) ou itérative :

$$Z_a = \rho_0 \cdot C = 400 \text{ kg.m}^{-2}.\text{s}^{-1}$$

( $\rho_0$  : masse volumique de l'air,  $C$  : célérité du son dans l'air.)

## 3. Expressions de la pression acoustique et de la vitesse acoustique

L'onde sonore qui se propage d'une source vers l'extérieur est appelée **onde progressive aller**. Soit  $S$  une source sonore émettant dans l'espace une onde sonore de fréquence  $f$ , l'expression de la pression acoustique au point  $M$  à une distance  $r$  de la source  $S$  est :

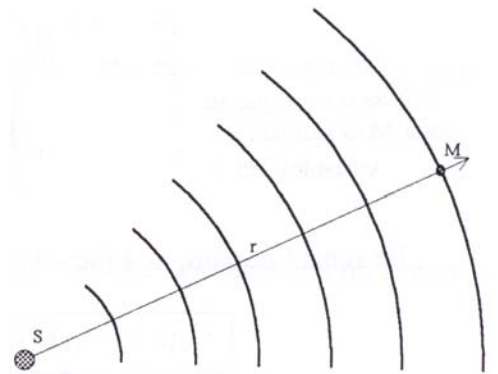
$$p_M(r, t) = P_M(r) \cdot \cos \left[ 2 \cdot \pi \cdot f \cdot \left( t - \frac{r}{C} \right) \right]$$

Avec :

$p_M$  = pression acoustique au point  $M$  dépendant des variables  $t$  et  $r$ .

$P_M$  = amplitude de la pression

$\cos \left[ 2 \cdot \pi \cdot f \cdot \left( t - \frac{r}{C} \right) \right]$  = fonction



On peut remarquer, que la forme générale de la pression sonore représentative d'un signal sonore qui se propage reste identique à  $X \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t + \varphi)$ .

Ici le déphasage  $\varphi$  prend une signification particulière et est égal à :

$$\varphi = \frac{2 \cdot \pi \cdot f \cdot r}{C}$$

On définit les caractéristiques suivantes :

La longueur d'onde:  $\lambda = \frac{C}{f} = C \cdot T$

Le facteur d'onde :  $k = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} = \frac{2 \cdot \pi \cdot f}{C} = \frac{\omega}{C}$

Ce qui donne l'expression suivante de la pression acoustique au point  $M$  :

$$p_M(r, t) = P_M(r) \cdot \cos [\omega \cdot t - k \cdot r]$$

En fait, la pression acoustique varie non seulement en fonction du temps mais aussi en fonction de la distance  $r$ . Un auditeur qui serait placé à une distance  $r_2$  différente de  $r$ , recevrait au même instant  $t$  l'onde sonore déphasée de la quantité  $k.(r_2-r)$ .

Dans le cas d'une propagation dans l'espace, l'amplitude de la pression acoustique  $P_M(r)$  varie en fonction de la distance  $r$  (voir chapitre IV). Ceci est dû à la forme des fronts d'onde (sphère) qui en s'éloignant de la source augmente de diamètre, obligeant l'énergie sonore à se répartir sur des surfaces sphériques de plus en plus grande. Dans le chapitre qui suit, nous allons voir une propagation particulière où les fronts d'onde restent constants: la propagation unidimensionnelle. Dans ce cas l'amplitude du signal sonore reste aussi constante.

L'expression de la vitesse acoustique pour une onde progressive aller est :

$$v_M(r, t) = V_M(r) \cdot \cos [\omega.t - k.r]$$

avec :

- $v_M$  = vitesse acoustique au point M dépendant des variables  $t$  et  $r$ .
- $V_M$  = amplitude de la vitesse
- $\cos [\omega.t - k.r]$  = fonction d'oscillation

En tenant compte de l'impédance caractéristique de l'air :

$$p_M(r, t) = \rho \cdot C \cdot P_M(r) \cdot \cos [\omega.t - k.r]$$

#### 4. Forme complexe des fonctions d'oscillations

Pour la simplification de certains calculs, il est intéressant de passer à la forme complexe des fonctions d'oscillation, en rajoutant une partie imaginaire à la partie réelle. Exemple pour la pression acoustique  $p_M(r, t)$  :

$$p_M(r, t) = P_M(r) \cdot \cos [\omega.t - k.r] + j P_M(r) \cdot \sin [\omega.t - k.r]$$

l'expression devient (en utilisant les relations d'Euler) :  $p_M(r, t) = P_M(r) \cdot e^{j(\omega.t - k.r)}$

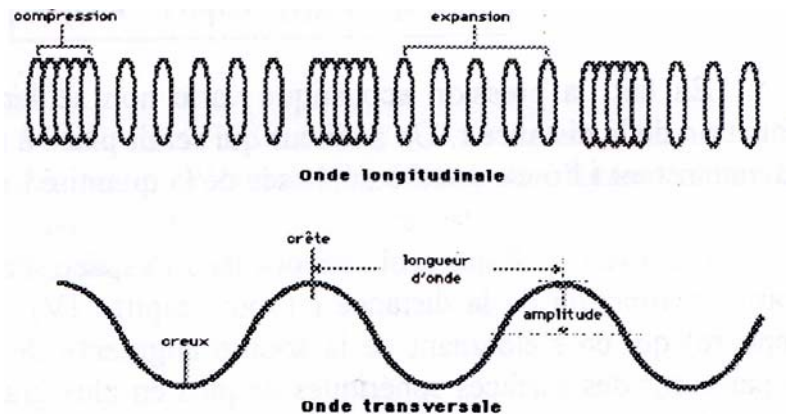
### III. EXEMPLES DE PROPAGATION UNIDIMENSIONNELLE

#### A. Définitions

On appelle propagation unidimensionnelle, une onde qui se propage dans une seule direction. La conséquence d'une telle propagation est qu'elle dépend uniquement d'une seule variable d'espace et que l'amplitude de cette onde reste constante dans l'hypothèse où on néglige l'amortissement du milieu.

On peut distinguer deux types de propagation unidimensionnelle :

- La propagation **longitudinale** (l'oscillation des points matériels atteints par l'onde oscillent dans la direction de propagation) : cas des tubes acoustiques.
- La propagation **transversale** (l'oscillation des points matériels atteints par l'onde oscillent orthogonalement à la direction de propagation) cas de la corde.



#### B. Equation de propagation

Une telle onde est solution d'une équation différentielle du deuxième ordre appelée équation de propagation (ou équation des ondes) :

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = C^2 \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

C est la célérité de l'onde dans le milieu.  
 $y$  représente l'élongation du point considéré à une position  $x$  donné et à un instant  $t$  donné

La solution générale de l'équation de propagation en un point M quelconque du milieu de propagation est de la forme suivante :

$$y_M = A \cdot \cos [\omega.t - k.x] + B \cdot \cos [\omega.t + k.x]$$

Le terme  $A \cdot \cos [\omega.t - k.x]$  est appelé **onde progressive aller**, elle s'éloigne du point source.

Le terme  $B \cdot \cos [\omega \cdot t + k \cdot x]$  est appelé **onde progressive retour**, elle revient vers le point source. Ce deuxième terme existe lorsque le milieu de propagation est limité et qu'il y a réflexion en ces limites (dans la propagation du son dans l'air, on tient compte des réflexions dans une salle, car le milieu de propagation est limitée par les murs, le plafond et le sol). La combinaison particulière de certaines ondes allers et ondes retour donne naissance aux ondes stationnaires (résonances).

Nous allons voir, deux cas particuliers de propagations unidimensionnelles donnant naissance à des sons musicaux :

**C. Application : propagation dans une corde**

Une corde est un milieu élastique qui est mis en tension entre deux points d'appuis que l'on va considéré comme infiniment rigide (en réalité, si on considère un instrument à corde comme le violon ou la guitare, la corde repose sur un élément qui est le chevalet qui va transmettre le mouvement de la corde à l'ensemble de la caisse).

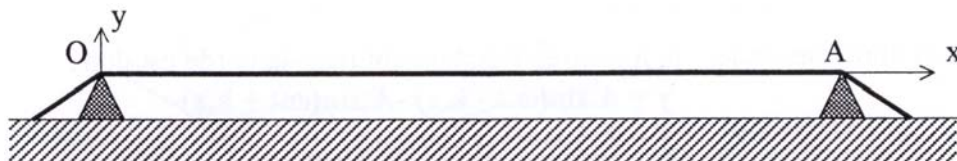


La célérité des ondes dans une corde est égale à :  $C = \sqrt{T / \mu}$

T : tension dans la corde (en N)

$\mu$  : masse linéique (en  $\text{kg} \cdot \text{m}^{-1}$ )

Schéma :



La corde est en appui au point O et au point A, on suppose que les points O et A sont fixes.

La longueur OA est égale à L.

Nous avons un milieu qui n'est pas infini, ce qui signifie que lorsqu'on va provoquer une vibration en un point de la corde, cette vibration va se réfléchir au point fixe.

**1. Equation de propagation des ondes dans une corde:**

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = C^2 \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad \text{avec } C = \sqrt{F / \mu} \text{ la célérité}$$

y est la fonction à deux variables qui représente la déplacement transversal d'un point de la corde d'abscisse x et à un l'instant t.

**2. Solution de l'équation des ondes**

La solution d'une telle équation est :

$$y = A \cdot \sin [\omega \cdot t - k \cdot x] + B \cdot \sin [\omega \cdot t + k \cdot x]$$

Avec  $\omega$  la pulsation de l'onde  
 k le facteur d'onde ( $\omega/C$ )

**3. Exploitation des conditions aux limites**

Les conditions aux limites (la corde est fixe aux extrémités) sont :  
 A  $x = 0$  et  $x = L$   $y = 0$  pour tout t

La première condition nous mène à la relation suivante : **A = - B**

La deuxième condition nous donne une contrainte sur les pulsations ( $\omega$ ). Ces ondes particulières, dont les fréquences sont en relation avec la géométrie de la corde sont des ondes stationnaires. Il s'agit, pour une corde d'ondes permettant l'établissement d'un son musical.

$$\omega = n \cdot \pi \cdot \frac{C}{L} \quad \text{Avec } n \text{ un nombre entier positif quelconque,}$$

L la longueur de la corde,  
 C la célérité de la corde.



Les fréquences possibles sont donc des multiples entiers de  $C/2.L$

$$f = n \cdot \frac{C}{2L}$$

La solution des ondes stationnaires s'établissant dans la corde est donc :

$$y = A \cdot \sin(\omega.t - k.x) - A \cdot \sin[\omega.t + k.x]$$

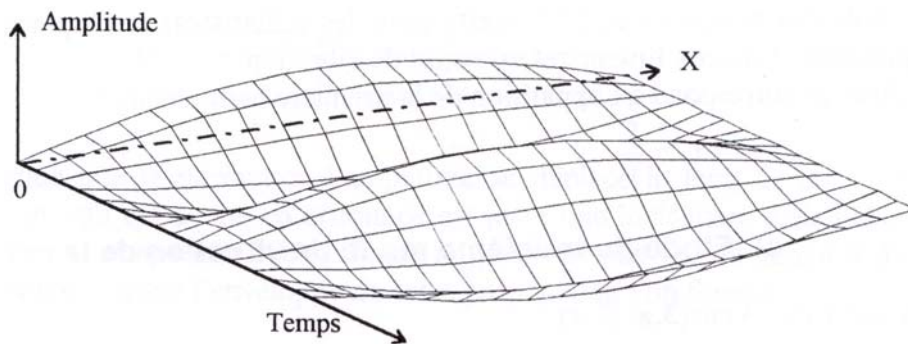
soit  $y = 2.A \cdot \sin(k.x) \cdot \cos(\omega.t)$

donc  $y = 2.A \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi \cdot x}{L}\right) \cdot \cos\left(\frac{n \cdot \pi \cdot C \cdot t}{L}\right)$

#### 4. Etude de quelques modes de vibrations.

##### a) Etude du premier mode de vibration de la corde (n = 1)

$$y = 2.A \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi \cdot x}{L}\right) \cdot \cos\left(\frac{n \cdot \pi \cdot C \cdot t}{L}\right)$$



La corde prend la forme **d'un fuseau** qui oscille autour de sa position d'équilibre à la fréquence  $f_0=C/2.L$

Cette fréquence fondamentale est la plus basse que peut produire la corde dans les conditions présentes (L donné et C donné). Il est possible pour un guitariste de faire varier facilement cette fréquence fondamentale en modifiant la tension F de la corde ce qui fait varier la célérité C.

Lorsque la tension de la corde augmente	$f_0$ augmente.
Lorsque la masse linéique augmente	$f_0$ diminue

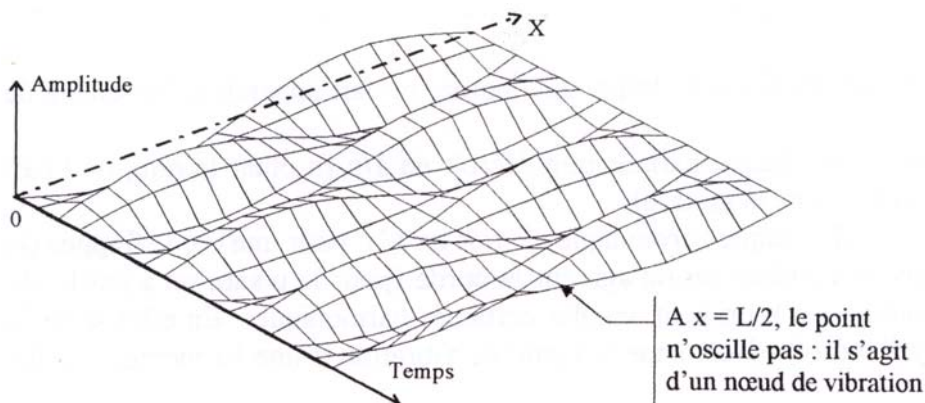
(Dans un instrument à cordes, les cordes graves sont plus grosses que les cordes aiguës, ce qui augmente leur masse linéique).

Lorsque la longueur diminue	$f_0$ augmente.
-----------------------------	-----------------

(Il s'agit du jeu normal d'un guitariste, qui diminue la longueur vibrante de la corde en l'appuyant contre le manche).

##### b) Etude du second mode de vibration de la corde (n = 2)

$$y = 2.A \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{L}\right) \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot C \cdot t}{L}\right)$$



Cette fois-ci, la corde à chaque instant prend la forme de deux **fuseaux** qui oscillent autour de la position d'équilibre et ceci en **opposition de phase**.

On remarque que le point au milieu de la corde ne bouge pas : il s'agit d'un **noeud de vibration**. Par opposition on appelle **ventre de vibration** les points qui oscillent avec l'amplitude maximale (ici pour  $x = L/4$  et  $x = 3.L/4$ )

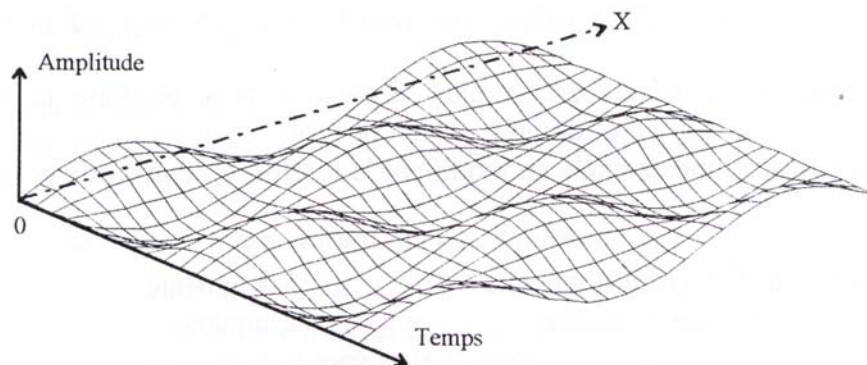
La mise en évidence peut être faite sur un instrument à corde, en posant un doigt sur le milieu de la corde (au-dessus de la 12<sup>e</sup> frette pour les guitaristes) et en pinçant la corde, on remarque l'apparition des deux fuseaux et du noeud de vibration.

Cette vibration correspond à l'apparition de la première harmonique :

$$f_1 = 2.f_0 = \frac{C}{L}$$

c) Etude du troisième mode de vibration de la corde (n = 3)

$$y = 2.A.\sin\left(\frac{3.\pi.x}{L}\right).\cos\left(\frac{3.\pi.C.t}{L}\right)$$



La corde prend la forme de trois fuseaux. Il y aura dans ce mode de vibration 2 noeuds de vibrations situés au tiers de la corde.

Cette vibration correspond à l'apparition de la première harmonique :

$$f_1 = 3.f_0 = \frac{3.C}{2.L}$$

**5. Corde réelle**

En fait lorsqu'on pince ou frappe une corde, on fait apparaître l'ensemble des harmoniques de la corde. L'amplitude de chaque harmonique décroît en  $1/n$  ( $n$  étant le rang de l'harmonique) pour une corde pincée (cas de la guitare).

L'amplitude de chaque harmonique décroît en  $1/n^2$  pour une corde frappée (cas du piano).

Mais suivant l'endroit où on agit sur la corde (pour le piano, on a pas le choix, le marteau frappant toujours à  $L/7$ ), on peut annuler certaines harmoniques. En effet si on pince la corde à une position à l'endroit où est situé le noeud de vibration d'une harmonique, celle-ci ne peut pas exister.

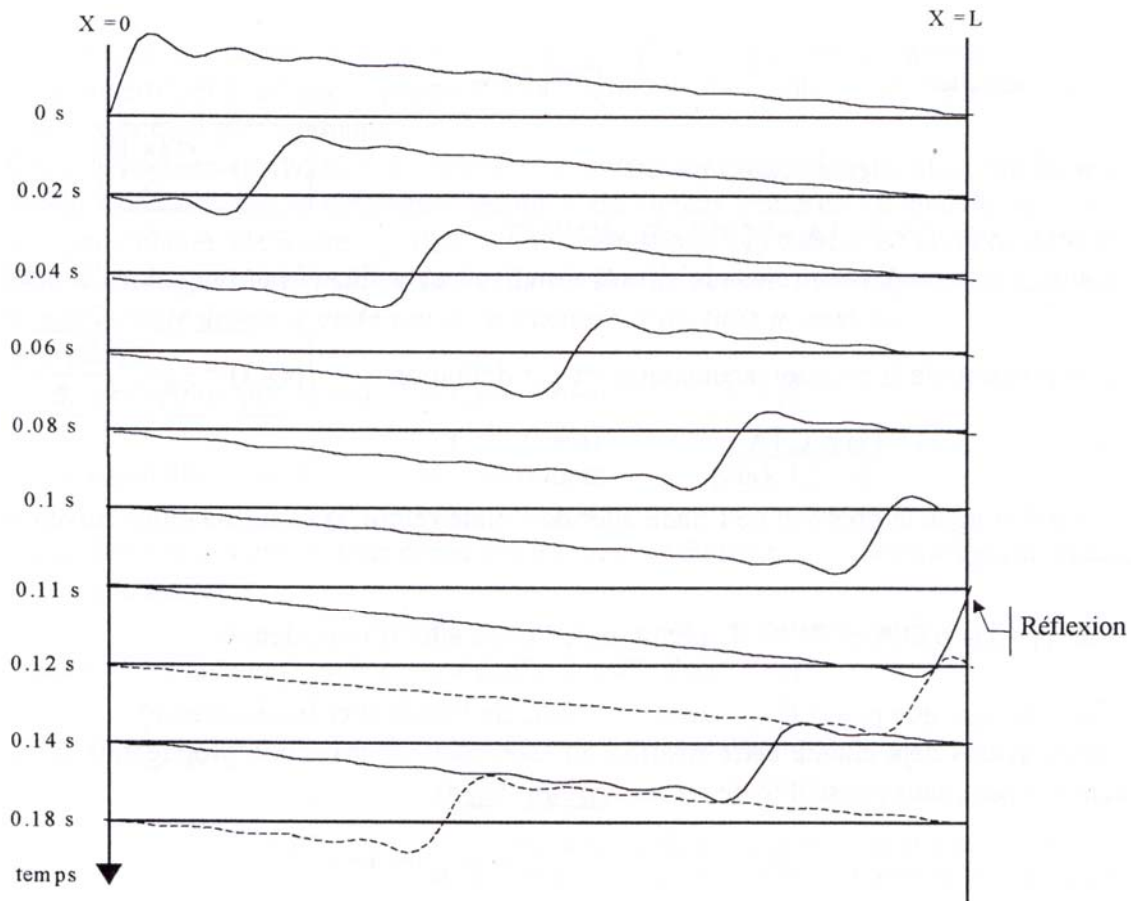
**Exemple :** Si on pince une corde au tiers de sa longueur, on élimine la troisième harmonique (car on oblige ce point à osciller, alors que pour la troisième harmonique on devrait avoir un noeud de vibration).

Ci-dessous est représentée une corde pincée vibrante avec une vingtaine d'harmoniques, l'élongation d'un point de la corde suivant le temps est donné par la relation suivante :

$$y(x,t) = \sum_{n=1}^{20} \frac{10}{n} \cdot \sin\left(\frac{n.\pi.x}{L}\right) \cdot \cos\left(\frac{n.\pi.C.t}{L}\right)$$

On remarque que le maximum d'amplitude se déplace le long de la corde avant de se réfléchir. Le temps qui est donné en ordonnée est juste une indication, mais l'aller retour d'une onde se fait dans des temps très faibles. Nous ne pouvons pas voir le parcours de cette onde à l'oeil nu. Nous voyons en fait l'enveloppe de cette propagation ; un fuseau.





#### D. Application : Propagation dans un tube acoustique

##### 1. Relation générale entre la pression acoustique et la vitesse acoustique.

Dans le cas d'un tube acoustique, le milieu de propagation est l'air, l'oscillation des tranches d'air contenu dans le tube s'effectue longitudinalement comme sur la figure ci dessous :

Pas d'oscillation la pression est identique en tout point :



Une onde sonore parcourt le tube, la pression oscille autour d'une position d'équilibre :



L'expression de l'élongation des tranches d'air, solution de l'équation des ondes est :

$$s(x, t) = \underbrace{A \cdot e^{j(\omega \cdot t - k \cdot r)}}_{\text{Onde aller}} + \underbrace{B \cdot e^{j(\omega \cdot t + k \cdot r)}}_{\text{Onde retour}}$$

Par définition la vitesse acoustique est :

$$v(x, t) = \frac{\delta s(x, t)}{\delta t}$$

D'où  $v(x, t) = j \cdot \omega \cdot [A \cdot e^{j(\omega \cdot t - k \cdot r)} + B \cdot e^{j(\omega \cdot t + k \cdot r)}]$

L'imaginaire pur  $j$ , montre que la vitesse a un déphasage de  $\pi/2$  par rapport à l'élongation.

L'expression de la pression acoustique est par définition  $p(x, t) = -\rho \cdot C^2 \cdot \frac{\delta s(x, t)}{\delta x}$

D'où  $p(x, t) = j \cdot \omega \cdot \rho \cdot C \cdot [A \cdot e^{j(\omega \cdot t - k \cdot r)} - B \cdot e^{j(\omega \cdot t + k \cdot r)}]$

Si on distingue la pression de l'onde aller de l'onde retour, on a les relations suivantes entre pression et vitesse :

Soit  $p_i = j \cdot \omega \cdot \rho \cdot C \cdot A \cdot e^{j(\omega \cdot t - k \cdot r)}$  la pression de l'onde aller (ou incidente)

On remarque que  $p_i = \rho \cdot C \cdot v_i$  avec  $v_i$  vitesse de l'onde aller (ou incidente)

Nous avons déjà établie cette relation au **C-3**, dans le cas d'une propagation d'une onde aller dans l'espace sans possibilité de retour (**champ libre**).

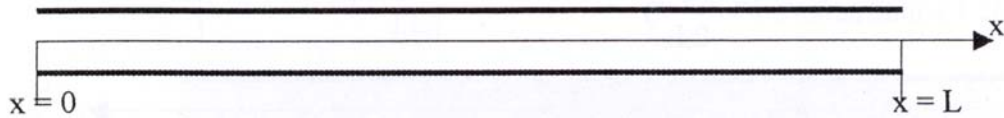
Pour la pression de l'onde retour :  $p_r = -j \cdot \omega \cdot \rho \cdot C \cdot B \cdot e^{j(\omega \cdot t + k \cdot r)}$

On remarque que  $p_r = -\rho \cdot C \cdot v_r$  avec  $v_r$  la vitesse de l'onde retour.

Le signe négatif qui apparaît vient tout simplement du fait, que l'onde retour est de sens inverse par rapport à l'onde incidente.

## 2. Tuyau ouvert aux deux extrémités.

Soit un tuyau de section circulaire, de longueur L.



Les conditions aux limites aux extrémités vont favoriser l'apparition d'ondes stationnaires (comme dans le cas de la corde) qui s'établissent facilement dans le tuyau pour des fréquences que nous allons déterminer (ces fréquences particulières seront appelées fréquences propres).

Les conditions aux limites sont dans le cas d'un tuyau ouvert aux deux extrémités :

$$A \ x = 0 \quad p(0, t) = 0$$

$$A \ x = L \quad p(L, t) = 0$$

Ces conditions correspondent au fait que l'onde sonore est totalement réfléchiée aux extrémités ouvertes et donc que la pression acoustique aux extrémités doit être égale à la pression acoustique extérieure par continuité.

Cette hypothèse peut paraître curieuse : aucun son ne sort d'un tuyau ouvert, ce qui est évidemment contraire à nos différentes écoutes de tuyaux sonores du monde musical (flûte, trompette, saxophone, clarinette...). Pour comprendre cette hypothèse, il faut considérer le point de vue du scientifique qui **considère la partie de l'onde sonore transmise à l'espace extérieur comme négligeable devant l'onde sonore à l'intérieur du tube acoustique.**

Pour la condition  $p(0, t) = 0$  pour tout t, on obtient  $A = B$

Pour la condition  $p(L, t) = 0$  pour tout t, on obtient  $\sin(k.L) = 0$

Cette dernière condition nous donne les fréquences du tuyau pour lesquelles s'établissent des ondes stationnaires :

$$k.L = n.\pi \quad (n \text{ nombre entier positif}).$$

avec k le facteur d'onde qui est égal à  $2.\pi.f/C$  (voir C-3)

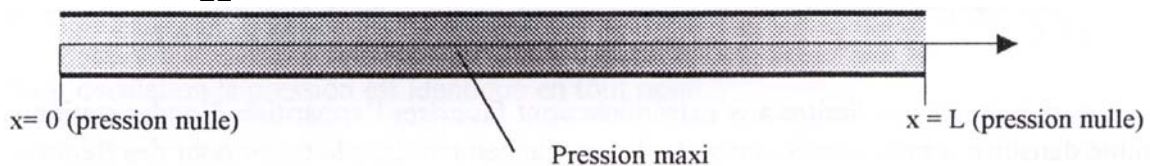
Les fréquences propres du tuyau sont définies par la relation suivante :

$$f_n = n \cdot \frac{C}{2L} \quad (C \text{ vitesse de propagation du son dans l'air})$$

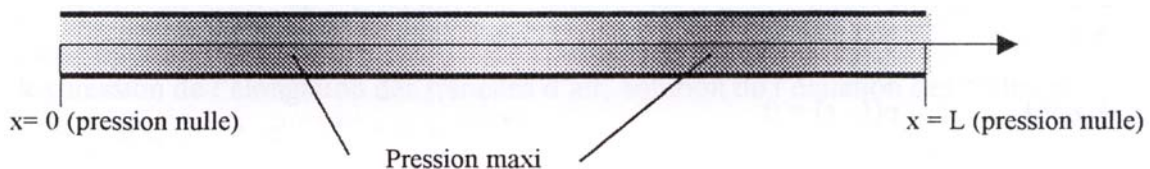
La fondamentale du tuyau est donc obtenue pour  $n = 1$ , ce qui donne  $f = \frac{C}{2L}$ , les autres fréquences sont évidemment des harmoniques de cette fréquence fondamentale.

Exemples de modes propres pour le tuyau ouvert-ouvert :

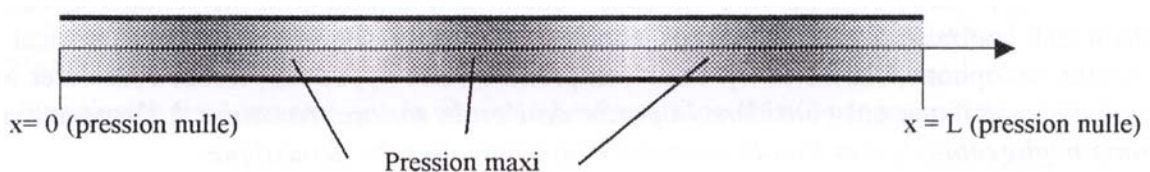
- Mode 1 (onde sonore  $f = \frac{C}{2L}$ )



- Mode 2 (onde sonore  $f = \frac{C}{L}$ )

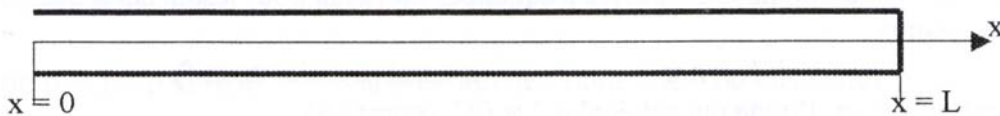


- Mode 3 (onde sonore  $f = \frac{3.C}{2L}$ )



### 3. Tuyau fermé à une extrémité.

Soit un tuyau de section circulaire, de longueur L.



Les conditions aux limites sont dans ce cas :

$$\text{A } x = 0 \quad p(0, t) = 0$$

À  $x = L$   $v(L, t) = 0$  la tranche d'air en contact avec l'extrémité fermée ne peut pas bouger (par contre la pression à cette position est maximale).

Pour la condition  $p(0, t) = 0$  pour tout t, on obtient  $A = B$

Pour la condition  $v(L, t) = 0$  pour tout t, on obtient cette fois-ci  $\cos(k.L) = 0$

Cette dernière condition nous donne les fréquences du tuyau pour lesquelles s'établissent des ondes stationnaires :

$$k.L = (2.n + 1) \cdot \frac{\pi}{2} \quad (\text{n nombre entier positif}).$$

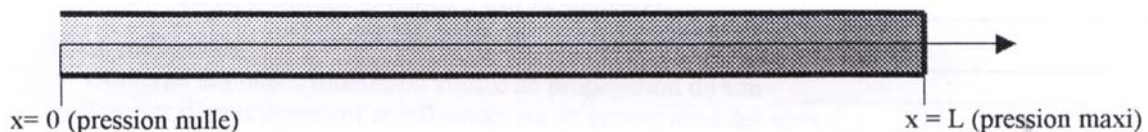
Les fréquences propres du tuyau sont définies par la relation suivante :

$$f_n = (2.n + 1) \cdot \frac{C}{4L} \quad (\text{C vitesse de propagation du son dans l'air})$$

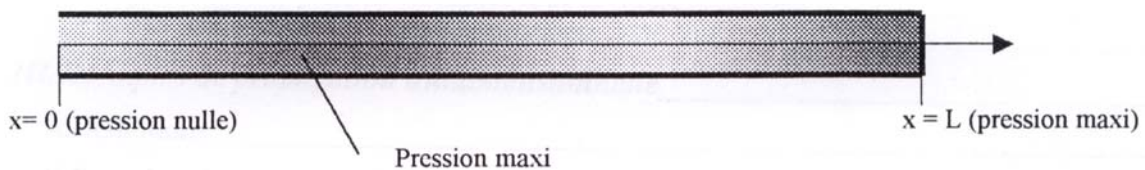
La fondamentale du tuyau est obtenue pour  $n = 0$ , ce qui donne  $f = \frac{C}{4L}$ .

#### Exemples de modes propres pour le tuyau ou vert-fermé :

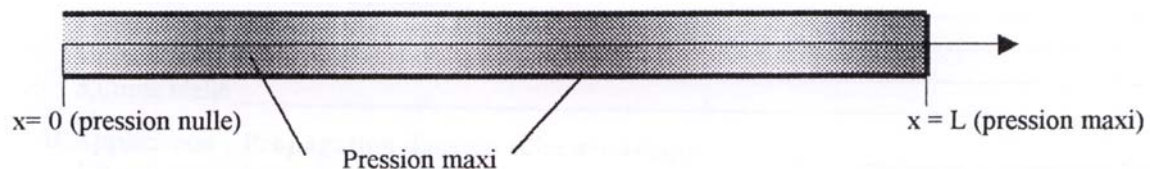
- Mode 1 (onde sonore  $f = \frac{C}{4L}$ )



- Mode 2 (onde sonore  $f = \frac{3.C}{4L}$ )



- Mode 3 (onde sonore  $f = \frac{5.C}{4L}$ )



On peut remarquer que pour un tube de même longueur, le tuyau fermé-ouvert aura une fondamentale plus basse que le tuyau ouvert-ouvert.